

### Oppgave 1.131

Bevis reglene.

- a)  $x$  og  $y$  er oddetall  $\Rightarrow x + y$  er partall.
- b)  $x$  og  $y$  er oddetall  $\Rightarrow x - y$  er partall.

### Oppgave 1.132

La  $x$  være et partall.

Bevis at 4 går opp i  $x^2$ .

### Oppgave 1.133

Bevis regelen.

$x$  er et partall, og  $y$  er et oddetall  $\Rightarrow$   
 $x + y$  er et oddetall.

### Oppgave 1.134

La  $x$  være et oddetall.

Bevis at 4 går opp i  $x^2 - 1$ .

### Oppgave 1.135

Vis at:

- a)  $x$  går opp i 24  $\Rightarrow x$  går opp i 48.
- b) 2 går opp  $x$ , og 3 går opp i  $y \Rightarrow$   
6 går opp i  $x \cdot y$ .
- c)  $x$  er et partall, og  $y$  er et partall  $\Rightarrow$   
4 går opp i  $x \cdot y$ .

### Oppgave 1.136

Bevis at denne påstanden er feil:

$x$  og  $y$  er irrasjonale tall  $\Rightarrow$   
 $x + y$  er et irrasjonalt tall.

### Oppgave 1.137

a) La  $x$  og  $y$  være rasjonale tall. Vis da at disse tallene er rasjonale:

1)  $x + y$    2)  $x \cdot y$    3)  $\frac{x}{y}, y \neq 0$

b) La  $x$  være et rasjonalt tall og  $y$  et irrasjonalt tall. Gi et indirekte bevis for at  $\frac{x}{y}$  er et irrasjonalt tall.

### Oppgave 1.138

Bevis med et moteksempel at denne påstanden er feil:

Hvis  $x^2 > 16$ , så er  $x > 4$ .

### Oppgave 1.139

a) Vis at 41 er et primtall.

b) Regn ut  $f(x) = x^2 - x + 41$   
for  $x = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 40$ .

Hva slags tall ser det ut til at du har regnet ut?

c) Vis med et moteksempel at denne påstanden er feil:

$x$  er et positivt helt tall  $\Rightarrow$

$f(x) = x^2 - x + 41$  er et primtall for alle hele tall  $x = 1, 2, 3, \dots$

## 1.4 POLYNOMDIVISJON

### Oppgave 1.140

Utfør polynomdivisjonene uten bruk av hjelpemidler.

- a)  $(x^2 + 2x + 3) : (x + 1)$
- b)  $(x^2 + 4x + 5) : (x + 2)$
- c)  $(x^2 + 6x - 2) : (x - 3)$

### Oppgave 1.141

Utfør polynomdivisjonene uten bruk av hjelpemidler.

- a)  $(x^3 - 3x^2 + 2x) : (x - 1)$
- b)  $(x^3 + x^2 - 4x - 4) : (x + 1)$
- c)  $(x^3 - 7x + 6) : (x + 3)$
- d)  $(x^3 + ax^2 + 3x + 3a) : (x + a)$

### Oppgave 1.142

Utfør polynomdivisjonene både digitalt og uten bruk av hjelpemidler.

- a)  $(x^3 - x^2 + x + 1) : (x + 1)$
- b)  $(2x^3 + x^2 - 10x + 1) : (x - 2)$
- c)  $(x^4 - 2x^2 - 6) : (x - 2)$
- d)  $(x^3 - ax^2 + a) : (x - a)$

### Oppgave 1.143

Utfør polynomdivisjonene både digitalt og uten bruk av hjelpemidler.

- a)  $(x^3 - 4x^2 + x + 6) : (x^2 - 2x - 3)$
- b)  $(2x^3 + 3x^2 - 8x + 3) : (2x^2 - 3x + 1)$
- c)  $(2x^3 + 3x^2 + 4x - 5) : (x^2 - 4x - 1)$

## UTEN HJELPEMIDLER

### Oppgave 1.200

La  $x$  være et helt tall.

Vis at 6 går opp i  $x(x-1)(x+1)$ .

### Oppgave 1.201

Bevis med et moteksempel at denne påstanden er feil:

Ethvert naturlig tall som er delelig med både 6 og 9, er også delelig med 54.

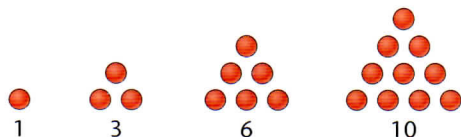
### Oppgave 1.202

- Vis at summen av tre hele tall som følger etter hverandre, er delelig med 3.
- Vis at denne påstanden er feil:  
 $a^2$  rasjonalt tall  $\Rightarrow a$  rasjonalt tall

### Oppgave 1.203

De fire første trekantallene er 1, 3, 6 og 10. Figuren nedenfor viser oppbyggingen av tallene.

- Finn de to neste trekantallene ved å tegne en regulær trekant etter mønsteret nedenfor.



- Forklar at trekantall nr.  $n$  er summen av de  $n$  første naturlige tallene.
- Vis at formelen for trekantall nr.  $n$  er

$$\frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

- Legg sammen trekantall nr. 1 og 2, deretter nr. 2 og 3, 3 og 4 osv. Hva er felles for summen av to etterfølgende trekantall?
- Bevis at summen av to trekantall som kommer etter hverandre, alltid blir av den typen tall som du observerte i oppgave d.

### Oppgave 1.204

I tabellen nedenfor står det noen polynomuttrykk. Finn i hvert tilfelle ut hvilke faktorer uttrykkene er delelige med. Vis utregninger.

$x^3 - 2x^2 - 8x$	
Faktoren $x$	Ja
Faktoren $(x + 2)$	Ja
Faktoren $(x - 3)$	Nei

$x^3 + 4x^2 + 4x$	
Faktoren $x$	
Faktoren $(x + 2)$	
Faktoren $(x - 3)$	

$2x^3 - x^2 - 6x$	
Faktoren $x$	
Faktoren $(x + 2)$	
Faktoren $(x - 3)$	

$x^3 - 5x^2 + 7x - 3$	
Faktoren $x$	
Faktoren $(x + 2)$	
Faktoren $(x - 3)$	

### Oppgave 1.205

Når vi dividerer de to polynomene

$$x^3 + ax + 2x - 1 \text{ og } x^4 - ax^3 + 7x - 2$$

med  $x - 1$ , får vi den samme resten.

Bestem  $a$ . Hvor stor er resten?



### Oppgave 1.206

Vi har gitt polynomet

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - 9x + a$$

- Dividerer vi  $P(x)$  med  $x - 2$ , får vi resten  $r = -20$ . Vis at  $a = -18$ .

I resten av oppgaven setter vi  $a = -18$ .

- Vis at  $x = -2$  er et nullpunkt for  $P(x)$ .
- Finn alle nullpunktene til  $P(x)$ .